

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
 ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
 ΣΑΒΒΑΤΟ 28 ΜΑΪΟΥ 2005 ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ
 ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ
 ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
 ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΣΥΝΟΛΟ
 ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ 1ο

A. Να αποδειχθεί ότι για δυο ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Μονάδες 10

B. α. Ποιες μεταβλητές λέγονται ποσοτικές;

Μονάδες 3

β. Πότε μια ποσοτική μεταβλητή ονομάζεται διακριτή και πότε συνεχής;

Μονάδες 4

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) > 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ , τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ .

Μονάδες 2

β. Ισχύει
$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

όπου f, g παραγωγίσιμες συναρτήσεις.

Μονάδες 2

γ. Η διακύμανση είναι μετρώ θέσης.

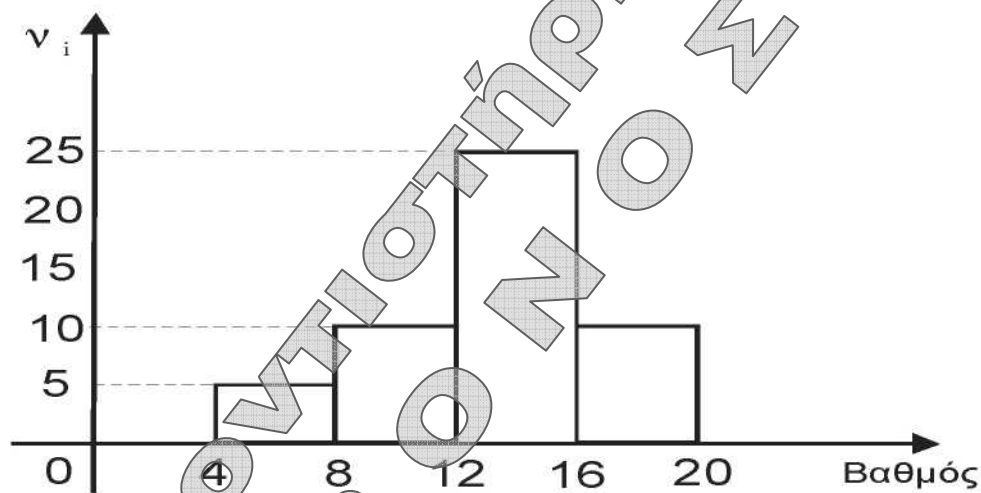
Μονάδες 2

δ. Αν $A \subseteq B$ τότε $P(A) > P(B)$.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2ο

Σε ένα διαγώνισμα Βιολογίας η βαθμολογία των μαθητών δίνεται από το παρακάτω ιστόγραμμα συχνοτήτων V_i :



α. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις βαθ/γίας [)	Κέντρο κλάσης x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα f_i	Αθροιστική συχνότητα N_i	Αθρ. σχετ. συχνότητα F_i
[4,8)					
[8,12)					
[12,16)					
[16,20)					
Σύνολο					

Μονάδες 11

β. Να βρείτε τη μέση τιμή των βαθμών.

Μονάδες 8

γ. Πόσοι μαθητές έχουν βαθμό μέχρι και 10;

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 3ο

Έστω A, B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω , ώστε να ισχύουν:

(i) Η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί ένα τουλάχιστον από τα ενδεχόμενα A, B είναι $7/8$.

(ii) Οι πιθανότητες $P(B)$, $P(A \cap B)$ δεν είναι ίσες και ανήκουν στο

σύνολο $X = \left\{ k, \frac{1}{2}, \frac{5}{4} \right\}$, όπου

$$k = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x - 15}{x^2 - 6x + 5}.$$

α. Να βρεθεί το k .

Μονάδες 5

β. Να βρεθούν τα $P(B)$, $P(A \cap B)$ και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

γ. Να βρεθούν οι πιθανότητες:

(1) Να πραγματοποιηθεί το ενδεχόμενο A .

Μονάδες 6

(2) Να πραγματοποιηθεί μόνο το ενδεχόμενο A .

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = 1/x$, $x \in (0, +\infty)$.

α. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της f στο σημείο $\Lambda(1,1)$.

Μονάδες 7

β. Από τυχαίο σημείο $M(x, y)$ της γραφικής παράστασης της f φέρνουμε παράλληλες ευθείες προς τους άξονες xx' και yy' , οι οποίες σχηματίζουν με τους ημιάξονες Ox , Oy ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

Να βρεθούν οι συντεταγμένες του σημείου M , ώστε η περίμετρος του ορθογωνίου παραλληλογράμμου να είναι ελάχιστη.

Μονάδες 10

- γ. Οι τετμημένες πέντε διαφορετικών σημείων της εφαπτομένης του ερωτήματος (α) έχουν μέση τιμή $\bar{x} = 5$ και τυπική απόκλιση $S_x = 2$.

Να βρεθεί η μέση τιμή \bar{y} και η τυπική απόκλιση S_y των τεταγμένων των σημείων αυτών.

Μονάδες 8

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΥΠΟΨΗΦΙΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο. Τα σχήματα που θα χρησιμοποιήσετε στο τετράδιο μπορούν να γίνουν και με μολυβί.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμο σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία και θα καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: μετά τη 10.30' πρωινή.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ - ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1

A) Σχολικό βιβλίο σελ 151

B) α. Ποσοτικές μεταβλητές ονομάζονται οι μεταβλητές των οποίων οι τιμές είναι αριθμοί.

β. Μια ποσοτική μεταβλητή ονομάζεται διακριτή όταν παίρνει μόνο «μεμονωμένες τιμές». Μια ποσοτική μεταβλητή ονομάζεται συνεχής όταν μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή ενός διαστήματος πραγματικών αριθμών (α,β)

Γ)

α. Σ

β. Λ

γ. Λ

δ. Λ

ΘΕΜΑ 2

α) Θεωρώντας το πλάτος c ως μονάδας μέτρησης του χαρακτηριστικού στον οριζόντιο άξονα, το ύψος κάθε ορθογωνίου είναι ίσο προς τη συχνότητα της αντίστοιχης κλάσης.

Κλάσεις Βαθ/γιας	Κέντρο Κλάσης x_i	συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα f_i	Αθροιστ. Συχνότ. N_i	Αθροιστ. Σχετική συχν. F_i
[4,8)	6	5	0,1	5	0,1
[8,12)	10	10	0,2	15	0,3
[12,16)	14	25	0,5	40	0,8
[16,20)	18	10	0,2	50	1,0
Σύνολο		50	1,0		

$$v_1=5$$

$$N_1=5$$

$$f_1 = \frac{v_1}{v} = \frac{5}{50} = 0,1 \quad F_1 = 0,1$$

$$v_2=10 \quad N_2=N_1+v_2=5+10=15$$

$$f_2 = \frac{v_2}{v} = \frac{10}{50} = 0,2$$

$$F_2=F_1+f_2=0,1+0,2=0,3$$

$$v_3=25 \quad N_3=N_2+v_3=15+25=40 \quad f_3=\frac{v_3}{v}=\frac{25}{50}=0,5$$

$$F_3=F_2+f_3=0,3+0,5=0,8$$

$$v_4=10 \quad N_4=N_3+v_4=40+10=50 \quad f_4=\frac{v_4}{v}=\frac{10}{50}=0,2 \quad F_4=1$$

$$\beta) \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i \cdot v_i}{v} = \frac{6 \cdot 5 + 10 \cdot 10 + 14 \cdot 25 + 18 \cdot 10}{50} = \frac{30 + 100 + 350 + 180}{50} = 13,2$$

γ) Επειδή τα δεδομένα είναι ομοιόμορφα καταναμημένα μέσω στις κλάσεις, από 8-10 θα έχουν πάρει οι μισοί μαθητές της κλάσης [8,12) δηλαδή 5 μαθητές. Άρα μέχρι και 10 έχουν πάρει 5+5=10 μαθητές.

ΘΕΜΑ 3

$$\text{Έχουμε } P(A \cup B) = \frac{7}{8}$$

$$\alpha) K = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x-15}{x^2-6x+5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3(x-5)}{(x-5)(x-1)} = \frac{3}{5-1} = \frac{3}{4}$$

$$\text{άρα } X = \left\{ \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{5}{4} \right\}$$

β) $A \cap B \subseteq B \wedge P(A \cap B) \leq P(B)$ και επειδή ανήκουν στο $[0,1)$ και $5/4 > 1$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{3}{4}$$

γ) (1) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ άρα

$$P(A) = P(A \cup B) + P(A \cap B) - P(B) = \frac{7}{8} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = \frac{7+4-6}{8} = \frac{5}{8}$$

$$(2) P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{5}{8} - \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

ΘΕΜΑ 4

$$\alpha) f'(x) = \left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$\text{τότε } \lambda_{\text{εφ}} = f'(1) = -1$$

οπότε η εξίσωση της εφαπτομένης στο Λ είναι: $y = -x + \beta$.

Επειδή διέρχεται από το Λ έχουμε: $1 = -1 + \beta \Leftrightarrow \beta = 2$

Οπότε η εξίσωση είναι: $y = -x + 2$

β) Εστω η παράμετρος του ορθογωνίου $f(x) = 2x + \frac{2}{x}$ τότε $f'(x) = 2 - \frac{2}{x^2} = \frac{2x^2 - 2}{x^2}$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1 \text{ αφού } x > 0$$

x	0	1	$+\infty$
$f'(x) = \frac{2x^2 - 2}{x^2}$		-	+
f(x)			

Ελάχιστο

Άρα ελάχιστη περίμετρο ορθογωνίου έχουμε όταν το $M(1,1)$.

γ) Εστω τα τυχαία σημεία της εφαπτομένης $M_1(x_1, -x_1 + 2)$, $M_2(x_2, -x_2 + 2)$, $M_3(x_3, -x_3 + 2)$, $M_4(x_4, -x_4 + 2)$, $M_5(x_5, -x_5 + 2)$.

Έστω \bar{y}' και $s_{y'}$ η μέση τιμή και τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων

$-x_1, -x_2, -x_3, -x_4, -x_5$ τότε από γνωστή εφαρμογή έχουμε $\bar{y}' = -1 \cdot \bar{x} = -5$ και

$s_{y'} = |-1| \cdot s_x = 2$ και \bar{y} και s_y η μέση τιμή και τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων

$-x_1 + 2, -x_2 + 2, -x_3 + 2, -x_4 + 2, -x_5 + 2$ τότε από γνωστή εφαρμογή έχουμε

$$\bar{y} = \bar{y}' + 2 = -5 + 2 = -3$$

$$s_y = s_{y'} = 2$$

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΚΡΟΝΟΣ

Νεοφύτου & Ιατρίδου

ΧΑΛΚΙΔΑ

Τηλ. 22210 26533 - 86070