

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΤΡΙΤΗ 22 ΜΑΪΟΥ 2007

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

A. Θεωρία (Απάντηση στο σχολ. βιβλίο σελ. 152)

B.

α. Θεωρία (Απάντηση στο σχολ. βιβλίο σελ. 22)

β. Θεωρία (Απάντηση στο σχολ. βιβλίο σελ. 87)

Γ1. $\alpha \rightarrow \Sigma$, $\beta \rightarrow \Sigma$, $\gamma \rightarrow \Lambda$

Γ2.

$$f_1'(x) = vx^{v-1}, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$f_2'(x) = 1/x, \quad x > 0$$

$$f_3'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \quad x > 0$$

$$f_4'(x) = -\eta\mu x, \quad x \in \mathbb{R}$$

ΘΕΜΑ 2ο

α. Η f είναι ορισμένη και παραγωγίσιμη σε όλο το \mathbb{R} με:

$$f'(x) = (xe^x + 3)' = e^x + xe^x = e^x + f(x) - 3$$

$$\text{διότι } f(x) = xe^x + 3 \Leftrightarrow xe^x = f(x) - 3$$

$$\beta. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) - e^x}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + f(x) - 3 - e^x}{x^2 - x} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 3}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x + 3 - 3}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x}{x(x-1)} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{x-1} = \frac{e^0}{0-1} = -1. \text{ (Επειδή η συνάρτηση } g(x) = \frac{e^x}{x-1} \text{ είναι συνεχής στο}$$

$\mathbb{R} \setminus \{1\}$ ως πηλίκο συνεχών συναρτήσεων.)

ΘΕΜΑ 3ο

α. Αφού $\Omega = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, είναι

$$P(\Omega) = 1 \Leftrightarrow P(-1) + P(0) + P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) = 1.$$

Έστω $P(-1) = P(0) = P(1) = P(2) = 2P(3) = 2P(4) = 2P(5) = \kappa$.

Τότε

$$P(-1) = P(0) = P(1) = P(2) = \kappa, \text{ ενώ } P(3) = P(4) = P(5) = \kappa/2.$$

Έτσι είναι

$$\kappa + \kappa + \kappa + \kappa + (\kappa/2) + (\kappa/2) + (\kappa/2) = 1 \Leftrightarrow$$

$$4\kappa + \frac{3\kappa}{2} = 1 \Leftrightarrow 8\kappa + 3\kappa = 2 \Leftrightarrow 11\kappa = 2 \Leftrightarrow \kappa = \frac{2}{11}.$$

Άρα

$$P(-1) = P(0) = P(1) = P(2) = 2/11 \text{ ενώ } P(3) = P(4) = P(5) = 1/11.$$

β. Αφού $A \cap B \subseteq A \Rightarrow \{-1, 3\} \subseteq \{1, 3, x^2 - x - 3\}$

Άρα $-1 \in \{1, 3, x^2 - x - 3\}$.

$$\text{Οπότε } x^2 - x - 3 = -1 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ ή } x = -1.$$

• Για $x = 2$ το ενδεχόμενο B γράφεται: $B = \{2, 3, 8, -3\}$

Τότε όμως $A \cap B = \{3\} \neq \{-1, 3\}$

Άρα η τιμή $x = 2$ απορρίπτεται.

• Για $x = -1$ το ενδεχόμενο B γράφεται: $B = \{2, 0, -1, 3\}$

Τότε $A \cap B = \{-1, 3\}$ και η τιμή $x = -1$ είναι η ζητούμενη τιμή.

γ. Για $x = -1$ είναι $A = \{1, 3, -1\}$ και $B = \{2, 0, -1, 3\}$.

Τότε

$$\bullet P(A) = P(1) + P(3) + P(-1) = \frac{2}{11} + \frac{1}{11} + \frac{2}{11} = \frac{5}{11}.$$

$$\bullet P(B) = P(2) + P(0) + P(-1) + P(3) = \frac{2}{11} + \frac{2}{11} + \frac{2}{11} + \frac{1}{11} = \frac{7}{11}.$$

$$\bullet P(A \cap B) = P(-1) + P(3) = \frac{2}{11} + \frac{1}{11} = \frac{3}{11}.$$

$$\bullet P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{5}{11} - \frac{3}{11} = \frac{2}{11}.$$

$$\begin{aligned} \bullet P(A \cup B') &= P(A) + P(B') - P(A \cap B') = \\ &= P(A) + 1 - P(B) - [P(A) - P(A \cap B)] = \\ &= 1 - P(B) + P(A \cap B) = 1 - \frac{7}{11} + \frac{3}{11} = \frac{7}{11} \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ 4ο

α.

$$\bar{x}_A = \frac{12+18+t_3+t_4+\dots+t_{25}}{25} = \frac{30+345}{25} = 15$$

$$\bar{x}_B = \frac{16+14+t_3+t_4+\dots+t_{25}}{25} = \frac{30+345}{25} = 15$$

β.

$$S_A^2 = \frac{1}{25} [(12-15)^2 + (18-15)^2 + (t_3-15)^2 + \dots + (t_{25}-15)^2]$$

$$S_B^2 = \frac{1}{25} [(16-15)^2 + (14-15)^2 + (t_3-15)^2 + \dots + (t_{25}-15)^2]$$

$$\text{Έτσι } S_A^2 - S_B^2 = \frac{1}{25} (3^2 + 3^2 - 1^2 - 1^2) = \frac{16}{25}.$$

γ.

$$S_A^2 - S_B^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow \frac{S_A^2}{(\bar{x}_A)^2} - \frac{S_B^2}{(\bar{x}_B)^2} = \frac{16}{25 \cdot 15^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (CV_A)^2 - (CV_B)^2 = \frac{16}{25 \cdot 15^2} \Rightarrow \frac{1}{225} - (CV_B)^2 = \frac{16}{25 \cdot 15^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (CV_B)^2 = \frac{1}{225} - \frac{16}{25 \cdot 225} \Rightarrow (CV_B)^2 = \frac{1}{225} \left(1 - \frac{16}{25} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (CV_B)^2 = \frac{9}{225 \cdot 25} \Rightarrow CV_B = \frac{3}{15 \cdot 5} \Rightarrow CV_B = \frac{1}{25}.$$