

# ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ & ΕΠΑ.Λ. Β'

18 ΜΑΪΟΥ 2009

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

## ΘΕΜΑ 1ο

- A. Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε ασυμβίβαστα μεταξύ τους ενδεχόμενα A και B ισχύει ότι

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Μονάδες 10

- B. Αν  $x_1, x_2, \dots, x_k$  είναι οι τιμές μιας μεταβλητής X που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους  $n$  ( $k \leq n$ ), να ορίσετε τη σχετική συχνότητα  $f_i$  της τιμής  $x_i$ ,  $i=1, 2, \dots, k$ .

Μονάδες 5

- Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- α. Για το γινόμενο δύο παραγωγίσιμων συναρτήσεων  $f, g$  ισχύει ότι

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g'(x) + f(x)g(x)$$

Μονάδες 2

- β. Αν A, B είναι δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ , τότε ισχύει ότι

$$A - B = A \cap B'$$

Μονάδες 2

- γ. Για τη συνάρτηση  $f(x) = \eta\mu x$  ισχύει ότι

$$(\eta\mu x)' = -\sigma\upsilon\nu x$$

Μονάδες 2

- δ. Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.

Μονάδες 2

- ε. Η μέση τιμή ενός συνόλου  $n$  παρατηρήσεων είναι ένα μέτρο θέσης.

Μονάδες 2

## ΘΕΜΑ 2ο

Στον επόμενο πίνακα δίνονται οι τιμές  $x_i$ ,  $i=1, 2, 3, 4$  μιας μεταβλητής X με αντίστοιχες συχνότητες  $v_i$ ,  $i=1, 2, 3, 4$ . Η συχνότητα  $v_2$  που αντιστοιχεί στην τιμή  $x_2=3$  είναι άγνωστη. Δίνεται ότι η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι ίση με  $\bar{x} = 4$ .

$x_i$	$v_i$
2	6
3	;
5	3
8	4

α. Να αποδείξετε ότι  $v_2=7$ .

**Μονάδες 9**

β. Να αποδείξετε ότι η διακύμανση των παρατηρήσεων είναι ίση με 4,9.

**Μονάδες 9**

γ. Να εξετάσετε αν το δείγμα των τιμών της μεταβλητής  $X$  είναι ομοιογενές.

Δίνεται ότι  $\sqrt{4,9} \approx 2,2$ .

**Μονάδες 7**

### ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x)=x^3-6x^2+ax-7$ , όπου  $a$  πραγματικός αριθμός, για την οποία ισχύει

$$2f'(x) + f(x) + 15 = 3x^2, x \in \mathbb{R}$$

α. Να δείξετε ότι  $a=9$

**Μονάδες 7**

β. Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x^2 - 1}$

**Μονάδες 8**

γ. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$ , η οποία είναι παράλληλη στην ευθεία  $y = -3x$ .

**Μονάδες 10**

### ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln x - \frac{x}{2} + \lambda^2 - 6\lambda + 2$ ,  $x > 0$  όπου  $\lambda$  ένας πραγματικός αριθμός.

α. Να προσδιοριστεί το διάστημα στο οποίο η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα και το διάστημα στο οποίο η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα.

**Μονάδες 6**

β. Να μελετηθεί η συνάρτηση  $f$  ως προς τα ακρότατα.

**Μονάδες 6**

**B.** Θεωρούμε ότι οι τιμές της συνάρτησης  $f(2)$ ,  $f(4)$ ,  $f(8)$ ,  $f(3)$  και  $f(5)$  είναι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής  $X$ .

**α.** Αν  $R$  είναι το εύρος και  $\delta$  η διάμεσος των παρατηρήσεων, να δειχθεί ότι

$$R = 3 + \ln \frac{1}{4} \text{ και } \delta = \ln 4 + \lambda^2 - 6\lambda$$

**Μονάδες 7**

**β.** Έστω ο δειγματικός χώρος  $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$  ο οποίος αποτελείται από απλά ισοπίθανα ενδεχόμενα. Αν το  $\lambda$  παίρνει τιμές στο δειγματικό χώρο  $\Omega$ , να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου

$$A = \{\lambda \in \Omega \mid R + \delta < -2\}$$

**Μονάδες 6**

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ  
ΧΑΛΚΙΔΑ  
ΚΡΟΝΩΝ